

CLASE HIDRODINAMICA  
Ramiro Mége  
Clase 5

Retomando la clase anterior.

Habíamos estado viendo lo que era la **resistencia en una embarcación** y habíamos llegado a la siguiente conclusión:

Llamaremos  $R_T$  a la Resistencia Total de una embarcación, definida en función de las siguientes variables:

L: longitud

V: velocidad

g: aceleración de gravedad

$\rho$ : densidad

$\mu$ : viscosidad

P: presión

$$R_T = f(L, V, g, \rho, P)$$

De estas variables podemos sacar cuatro parámetros adimensionales.

$$\Pi_1 = R_T / (V^2 L^2 \rho) \quad [\text{tiene que ver con la resistencia}]$$

$$\Pi_2 = R_L = V L \rho \quad [\text{tiene que ver con el numero de Reynolds}]$$

$$\Pi_3 = F_N = V^2 / (L g) \quad [\text{tiene que ver con el Numero de Froude}]$$

Este parámetro ( $\Pi_3$ ) cumple con una acepción que es valida, por que un parámetro adimensional yo lo puedo elevar a cualquier potencia y va seguir siendo adimensional: Esta seria nuestra expresión oficial del numero de reinolds; y eso precisamente para que la velocidad este elevado a una unidad.

$$F_N = V / \sqrt{(L g)}$$

Y tenemos por ultimo un cuarto factor:

$$\Pi_4 = P / (V^2 \rho) \quad [\text{que tiene que ver con la Presión}]$$

De acuerdo a estos parámetros podríamos definir la función de la siguiente manera:

$$R_T / (V^2 L^2 \rho) = f [ R_L, F_N, P / (V^2 \rho) ]$$

Entonces de siete variables pasamos a solamente cuatro. Naturalmente hay algunas que son conocidas como el número de reinolds lo que nos facilita cualquier investigación que se haga con respecto a la resistencia total.

Analizando:

$$L^2 \longrightarrow S$$

El  $L^2$  supone una superficie entonces lo vamos a llamar S, en el caso de una embarcación va a ser la superficie externa de una embarcación bajo la línea de flotación, es decir, lo que esta en contacto con el agua.

Entonces:

$$R_T / (V^2 S \rho)$$

Siendo:

- $R_T$  = resistencia total
- $V$  = velocidad de la embarcación
- $S$  = superficie sumergida
- $P$  = densidad del agua

Esta Resistencia Total para que tengamos una clara noción de las cosas que están sucediendo ahí, digamos que  $R_T$  depende de:

$$R_F, R_W, R_{ap}, R_{aire}, R_{pv}, R_v$$

**$R_F$  = resistencia friccional**

$$R_F \longrightarrow \mu \longrightarrow R_L$$

La cual será una de las variables mas importantes, es decir, la perdida que se produce por la rugosidad superficial que tiene y la acción de la viscosidad, es decir, esto tiene directa relación con la viscosidad y por lo tanto tiene relación con el numero de Reynolds.

**$R_W$  = resistencia por la generación de ola**

$$R_W \longrightarrow W \longrightarrow F_N$$

La resistencia por generación de ola tiene que ver con la aceleración de gravedad y en consecuencia con el Número de Froude.

$R_F$  y  $R_W$  serán las resistencias principales en todo lo que vamos a ver en la clase de hoy. En tercer lugar podemos ver una tercera resistencia, la cual llamaremos  $R_{ap}$ .

**$R_{ap}$  = resistencia de apéndices**

Toda cosa que sobresalga de la embarcación. Estos apéndices van a ser: el timón, el sonar, quillas laterales, ánodos de sacrificio, etc. Cualquier cosa que se tenga adosada al casco.

**$R_{aire}$  = resistencia del aire**

Aquí vamos a hacer una diferencia entre la resistencia del aire y la resistencia del viento. Aquí podríamos decir que la resistencia del aire es la velocidad relativa entre la embarcación y el aire que pudiera estar en reposo. El viento lo vamos a tomar en una condición aparte de la resistencia con el aire.

### **$R_{pv}$ = Resistencia por Presión Viscosa**

Tiene que ver con la viscosidad y con la separación de la capa límite, mas tiene que ver con el número de Reynolds que con otras cosas. Vale decir depende la viscosidad y del numero de Reynolds.

### **$R_v$ = Resistencia del Viento**

*Pregunta clase: ¿la presión se refiere a la presión a la que se encuentra sumergido el casco?*

*Respuesta: Claro esta resistencia por presión viscosa es por el efecto de diferencias de presión que se produce por la separación de la capa límite. En una embarcación de proa a popa se producen diferencias de presión y nosotros lo vemos en los vehículos también. Cuando pasa un auto, detrás de él queda un vacío, que se lleva los papeles y la tierra que se acumula en el vidrio de atrás. Que genera un remanso, entonces una diferencia de presión. Y eso es todo por la separación de la capa limite. Si no hubiera separación por la capa límite eso no existiría.*

Entonces la Resistencia Total se debe a todas estas cosas:  $R_F$ ,  $R_W$ ,  $R_{ap}$ ,  $R_{aire}$ ,  $R_{pv}$ ,  $R_v$ , que hay que tomarlas en cuenta. Algunas van a ser muy importantes como  $R_F$ ,  $R_W$ , siendo las otras menos importantes pero también están afectando. Por ejemplo la resistencia por apéndices, habría que evitar cualquier cosa que sobresalga del casco, porque eso me va a producir una mayor resistencia al avance de la embarcación.

Ahora: ¿como mezclar todo esto para poder sacar algún resultado que sea positivo? Froude ideó un sistema, que por eso se le puso a esa combinación su nombre. El dijo: Voy a separar la resistencia total en dos resistencias:

$$R_T = R_F + R_R$$

$R_F$  = Resistencia Friccional

$R_R$  = Resistencia Residual

Resistencia Residual ( $R_R$ )

Esta resistencia residual son:  $R_W$ ,  $R_{ap}$ ,  $R_{aire}$ ,  $R_{pv}$ ,  $R_v$ , esto trata de ver la relación entre un modelo y un prototipo. Ahora cuando hacemos ensayos de un modelo todo lo que tiene que ver con la acción del viento lo vemos por un lado y todo lo que tiene que ver por la acción del agua lo vemos por otro independientemente. De hecho cuando hay viento solo me interesa la superestructura. Cuando queremos ver la resistencia al avance del casco me interesa la parte sumergida.

Resistencia Friccional ( $R_F$ )

La resistencia friccional depende de la rugosidad. Hay varios tipos de rugosidad:

- Rugosidad  
 $\Delta R_F$
- rugosidad de la plancha que constituye el casco de la embarcación en su parte sumergida.
  - Rugosidad estructural. Esto significa si las planchas son soldadas, la soldadura, si son remachadas, los remaches (como lo eran antiguamente construidas), cualquier cosa que tenga que ver que como se hizo el casco del buque y que produzca algún tipo de rugosidad. Aquí también se encuentran los ánodos de sacrificio.
  - Rugosidades de la pintura.
  - Rugosidad por efecto de la curvatura del casco, tanto la curvatura longitudinal como curvatura transversal del buque. Esto genera un efecto como que existiera una rugosidad.

Aca no esta considerado todo lo que se va adhiriendo después, esto es un casco limpio. Generalmente las pruebas hidrodinámicas que se realizan en un Canal de Pruebas el casco se encuentra con la mínima rugosidad posible. Después habría que poner un efecto de envejecimiento y de adherencia de distintos elementos marinos.

Todas estas rugosidades se pueden agrupar en un factor que se va a llamar  $\Delta R_F$   
Resistencia friccional.

Entonces esta expresión:  $R_T = R_F + R_R$

Se nos transforma en:  $R_T = R_F + R_R \iff R_T = \underbrace{R_F + \Delta R_F}_{\Delta R_F} + R_R$

Después nosotros vamos a sacar la resistencia que produce una plancha lisa de igual superficie que la superficie que tiene contacto con el agua la embarcación.

Donde:  $\Delta R_F$  se calcula  
 $R_R$  se obtiene por ensayos

El cálculo se basa en haber ensayado una plancha lisa, una superficie idéntica a la que tendría el buque.

En esta Resistencia Residual ( $R_R$ ), la componente más importante es  $R_w$ , resistencia por la generación de ola y por eso se preocupan tanto de la formación de la ola que genera la misma embarcación. Tanto así que los cascos que hacen para ensayar, en uno de sus costados se tiene un cuadrículado o por lo menos un rayado vertical para poder trazar y medir por medio de la fotografía, poder medir como se esta generando la ola. Este factor será el mas importante y los demás casi se desprecia, podríamos que decir que en orden de prioridad serian:  $R_{ap}$ ,  $R_{aire}$ ,  $R_{pv}$ ,  $R_v$

Ahora uno piensa. Si estamos despreciando tantas cosas el error que vamos a tener al final va hacer muy grande. Pero fíjense que es un error del 4%.

¿Es mucho un 4%?

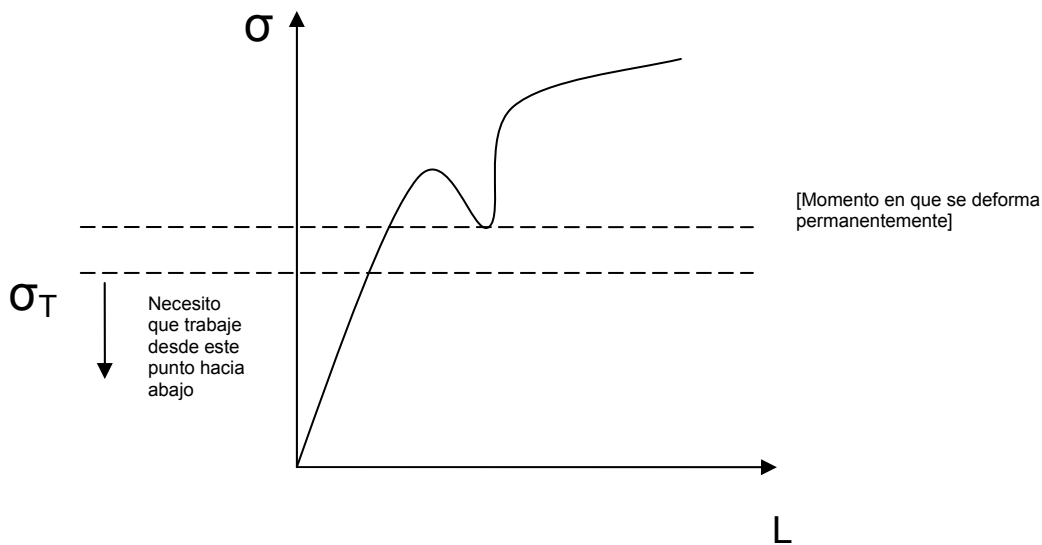
*Respuesta: En una embarcación el ahorro de combustible en 10 años, es considerable.*

En cálculos en general ¿un error del 4% sería mucho?

La ingeniería no es exacta, se vale de formulas matemáticas, pero la información a veces es bastante mala.

Un ejemplo en un ascensor, pensamos en la cantidad de pasajeros en relación al peso de personas promedio. ¿Pero que pasaría si se subieran personas por sobre el peso promedio calculado?. Por esta razón hay que entrar a evaluar factores de seguridad, por la incertidumbre de la información que uno tiene.

Una manera de hacer cálculos en Resistencia de materiales, es si tengo un material, veo que esfuerzo a la tracción considero de ese material. Porque un material, por ejemplo el acero tiene una curva que es así:



Una parte se comporta elásticamente. Lo someto a una fuerza y después cuando dejo de hacer la fuerza, vuelve a su dimensión original, es decir, una parte elástica. Pero hay un momento en que esa parte elástica se pierde ya el esfuerzo al que lo someto es tan grande que se deforma y se deforma permanentemente y después se sigue deformando hasta que en un momento se corta. ¿Entonces que esfuerzo voy a usar?

Nosotros debemos trabajar dentro del rango elástico del material. Pero tampoco no muy cerca del limite elástico porque cualquier sobreesfuerzo lo va a llevar que se deforme

permanentemente. Entonces vamos a usar un  $\sigma_T$  sigma de trabajo, vale decir que esta castigando. ¿Cómo voy a determinar este sigma de trabajo? Una manera es usando el sigma de fluencia, es decir, el limite. Es necesario saber si la información es perfectamente veraz, ¿Qué seguridad tengo con respecto a esta información?, entonces ahí se aplica este factor. Con esto yo busco para mi problema cual va a ser mi sigma de trabajo. Con esto tengo seguridad de que el material se va comportar elásticamente en todas las condiciones a las que este sometida.

Ahora si la información es buena el sigma de trabajo será mucho menor y los resultados más cercanos a la realidad. Entonces un error de un 4% es una muy buena información por que a pesar de todo los defectos que tiene la información que yo no valla a considerar varias cosas, el resultado es muy cercano a la realidad y provablemente si yo estoy determinando la potencia de algo cuando llegue al valor final voy a tomar algunas precauciones adicionales. Pero ahí hay que tener mucho cuidado si cada cosa la voy dimensionado antes al final no voy a colocar nada. Es

necesario ir llevando las cuentas de cómo voy sobredimensionado. Hay que decidir cuando hay que sobredimensionar. Si se va hacer al final o lo voy a ir haciendo por etapas, para poder llevar cuenta de ese sobredimensionamiento y no sea al final excesivamente grande.

Hay una regla que dice que las cosas deben ser resistente y a veces verse resistente. Años atrás se exageraba, se veían resistentes, pero eran excesivamente resistentes. Ahora el concepto es distinto, se les da una duración a las cosas, se debe ver resistente sin que sea una exageración.

Entonces un 4% es bastante bueno para los grados de incertidumbre que hay en el cálculo de la resistencia total.

Entonces la resistencia total va estar compuesta por la resistencia friccional y por la resistencia residual, siendo la resistencia residual constituida por la resistencia por generación de ola y por la resistencia de la presión viscosa. Pero esta resistencia por la presión viscosa es como el 1% de la resistencia residual siendo la resistencia por generación de ola el 99%. Así que lo que realmente nos interesa es la resistencia por generación de ola.

La resistencia residual ( $R_R$ ) por depender principalmente de la resistencia por generación de ola ( $R_W$ ), entonces es una función del número de Froude y la resistencia por presión viscosa ( $R_{PV}$ ) como tiene que ver con la viscosidad y la separación, tiene que ver con el número de Reynolds, es una función del número de Reynolds.

$$\underbrace{\begin{array}{cc} R_W = f(R_N) & R_{PV} = f(R_L) \\ 99\% & 1\% \end{array}}_{\text{Resistencia Residual } (R_R)}$$

Entonces tenemos que tener muy claro que aunque vamos a usar las dos en la Resistencia residual ( $R_R$ ) su origen es totalmente distinto. Es una mala mezcla, es casi un error que vayan juntas, ya que dependen de distintas cosas. Ese error de concepto, como veíamos anteriormente en los números uno vale 99% y el otro 1%.

La resistencia total ( $R_T$ ) la definíamos como:

$$R_T = (V^2 S \rho) / 2 \quad f [ R_L, F_N, P / (V^2 \rho) ]$$

*Pregunta clase: ¿ el dos por que esta dividiendo ahora a la expresión  $V^2 S \rho$ ?*  
*Respuesta: En la clase pasada habíamos dicho  $R_T / (V^2 S \rho)$ . Resulta que  $V^2/2$  se asimila con energía cinética, entonces para que tenga la misma expresión que en la energía cinética se le agrego el dos. Como el dos es una constante sin dimensión no altera el concepto del valor adimensional. Se quiere recalcar que en esa ecuación se esta considerando la energía cinética, un efecto que tiene q ver con la inercia de los cuerpos.*

Volviendo a la expresión:

$$\mathbf{R_T} = (V^2 S \rho) / 2 \cdot \underbrace{f [ R_L, F_N, P / (V^2 \rho) ]}_{\mathbf{C_T}}$$

Esta expresión podríamos decir:

$$\mathbf{R_T} = (V^2 S \rho) / 2$$

Y que la expresión

$$\mathbf{C_T} = f [ R_L, F_N, P / (V^2 \rho) ]$$

En consecuencia:

$$\mathbf{R_T} = ((V^2 S \rho) / 2) * \mathbf{C_T}$$

Siendo  $\mathbf{C_T}$  el Coeficiente de Resistencia Total y al igual como lo hicimos con la Resistencia.

Podemos dividir  $\mathbf{C_T}$  en:

$$\mathbf{C_T} = \mathbf{C_F} + \mathbf{C_R}$$

siendo:

$\mathbf{C_F}$  = Coeficiente de Resistencia Friccional

$\mathbf{C_R}$  = Coeficiente de Resistencia Residual

¿Por qué tan complejo?, ¿Por qué no se trabaja mas directamente?

Porque es mas fácil trabajar con estos conceptos mas pequeños que con una expresión que sea muy grande.

Hasta ahora lo único que hemos dicho que  $\mathbf{R_T}$  es este valor:  $(V^2 S \rho) / 2$ , multiplicado por una función de  $[ R_L, F_N, P / (V^2 \rho) ]$ .

En cambio acá hemos establecido una igualdad perfecta:

$$\mathbf{R_T} = ((V^2 S \rho) / 2) * \mathbf{C_T}$$

Si podemos conocer el coeficiente de resistencia total, ya estaría resuelto gran parte del problema. Porque es una expresión ya matemáticamente conocida, nos permite calcular.

El ( $\mathbf{C_F}$ ) Coeficiente de Resistencia Friccional, lo vamos a tomar como la siguiente expresión:

$$C_F = \frac{R_F}{\frac{(V^2 S \rho)}{2}}$$

Y el ( $C_R$ ) Coeficiente de Resistencia Residual, lo tomaremos como:

$$C_R = \frac{R_R}{\frac{(V^2 S \rho)}{2}}$$

Ahora, ¿Cómo salimos de este pantano?

Aquí vienen los ensayos. ¿Qué determinaron estos ensayos?

Determinaron dos posibles coeficientes friccionales:

Un autor define:

$$C_F = \frac{0,075}{(\log R_L - 2)^2}$$

Y otro autor define:

$$\frac{0,242}{\sqrt{C_F}} = \log (R_L * C_F)$$

Estas dos formulas, deberían llegar al mismo resultado.

En la segunda ecuación es más complicado el cálculo de  $C_F$ , por estar compuesta la formula de dos incógnitas. Para estos casos se resuelve aplicando un posible valor para  $C_F$  y ahí se calcula el otro valor y con ese resultado se vuelve hacer la iteración y por cálculos sucesivos se vuelve a calcular el valor de  $C_F$ .

La primera ecuación es directa, de tal manera que esta ecuación es preferida con respecto a la anterior. Hay muchas ecuaciones en ingeniería que son de esta misma manera y que nos provocan serios problemas en los cálculos. Actualmente con el uso del computador uno puede realizar muchas ecuaciones en un tiempo muy pequeño teniendo resultados rápidamente y obteniendo errores de un valor infinitesimal.

La Resistencia Friccional se puede entrar a corrección diciendo:

$$R_F = R_{FPPE} + \Delta R_F$$

Siendo:  $R_{FPPE}$  = Resistencia Friccional de una Plancha Plana Equivalente.

$\Delta R_F$  se puede determinar en base a un valor

$$\Delta R_F = 0,4 * 10^{-3} [ \quad ]$$

Incompatibilidad Reynolds / Froude



Cuando tenemos un modelo y un prototipo, los Números de Froude tienen que ser iguales para que haya equivalencia dinámica y los Números de Reynolds tienen que ser iguales para que también siga existiendo la misma condición. Entonces decíamos que el Número de Froude viene a ser:

$$\frac{V_M}{\sqrt{(G_M L_M)}} = \frac{V_P}{\sqrt{(G_P L_P)}}$$

Donde

$V_M$  = Velocidad Modelo

$G_M$  = aceleración gravedad modelo

$L_M$  = Longitud Modelo

$V_P$  = Velocidad Prototipo

$G_P$  = aceleración gravedad prototipo

$L_P$  = Longitud del Prototipo

El Número de Reynolds es:

$$\frac{V_M L_M}{\nu_M} = \frac{V_P L_P}{\nu_P}$$

Ahora, ¿que suele suceder?

Los líquidos que se usan son los mismos. Por lo tanto la viscosidad cinemática del modelo es igual a la viscosidad cinemática del prototipo.

$$V_M = V_P$$

Por otro lado la aceleración de gravedad del modelo coincide con la aceleración de gravedad del prototipo.

$$G_M = G_P$$

Entonces se nos cancelan esas dos incógnitas y puedo despejar de la ecuación inicial:

$$V_M = V_P \frac{L_P}{L_M}$$

Y de la misma manera puedo despejar en la otra ecuación:

$$V_M = V_P \sqrt{L_M / L_P}$$

Ahora si yo llamo  $\lambda$  a la relación de longitud del prototipo / longitud del modelo, es decir, a la escala geométrica:

$$\lambda = L_P / L_M$$

Reemplazando el valor  $\lambda$  en las igualdades anteriores:

$$V_M = V_P \lambda \qquad V_M = V_P 1 / \sqrt{\lambda}$$

¿Qué es lo que me están diciendo estas ecuaciones?

Para que el número de Reynolds funcione, tiene que darse estas relaciones entre la velocidades. Ahora las velocidades del modelo son totalmente distintas a las velocidades el prototipo. Por eso esto se llama la incompatibilidad Reynolds /Froude. Y eso dificulta la situación. Porque ¿Cuándo van a ser coincidente esta velocidades?,

Cuando  $\lambda$  sea igual a 1. Vale decir que esta a escala 1:1 . Si no esta escala 1: 1 van a ser diferentes. Cuando uno crece el otro disminuye. Y esa es una dificultad que existe en todos los diseños que tengan que ver con el número de Froude y el Número de Reynolds. ¿Qué se hace en esos casos?

En estos casos hay que decidir cual es el Número más importante. En el caso de las embarcaciones como por el lado de la resistencia friccional se pueden hacer los cálculos y solamente se va hacer experimental la resistencia residual que tiene que ver con el Número de Froude, entonces se usa más el número de Froude.

En el caso de los que están haciendo el estudio de la desembocadura del Río Aconcagua, lo que interesa aquí es la corriente, y pensábamos en el Número de Reynolds para ver toda la parte de sedimentación. Pero leyendo un poco el número de Froude puede ser más importante por que es predominante el asunto de la gravedad.

¿Por qué avanza el agua de un río?. Por el asunto de la gravedad.

Entonces todo lo que tenga que ver con formación de olas o con una actividad donde la gravedad este presente, indudablemente que va a ser Froude va a ser más importante que Reynolds. Entonces la parte de fricción va a ser menos importante que la parte de las pendientes.